

DOI: 10.55090/19964552\_2023\_5\_42\_53

# МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ УЧАЩИХСЯ 5 КЛАССОВ ЭЛЕМЕНТАМ ТЕОРИИ МНОЖЕСТВ

**Черкасова Анна Михайловна,**

*кандидат педагогических наук, доцент, доцент кафедры физико-математического образования.*

ФГБОУ ВО «Астраханский государственный университет им. В. Н. Татищева».

✉ amcherk@mail.ru

**Данилова Наталья Александровна,**

*кандидат педагогических наук, доцент, доцент кафедры физико-математического образования.*

ФГБОУ ВО «Астраханский государственный университет им. В. Н. Татищева».

✉ dergunovan@mail.ru

**Гайсина Альфия Рафаиловна,**

*старший преподаватель кафедры физико-математического образования.*

ФГБОУ ВО «Астраханский государственный университет им. В. Н. Татищева».

✉ gaisinaalfiya@mail.ru

**Сячина Евгения Ильинична,**

*старший преподаватель кафедры физико-математического образования.*

ФГБОУ ВО «Астраханский государственный университет им. В. Н. Татищева».

✉ eanyushinal@yandex.ru

---

## АННОТАЦИЯ

Язык теории множеств используется при формулировке большинства понятий курса школьной математики. У учащихся 5 классов возникают некоторые трудности, связанные с изучением понятия множества и операций над ними. При обучении учащихся 5 классов элементам теории множеств авторы предлагают использовать рабочую тетрадь «Множества», в которой определены основные понятия теории множеств, необходимые пятиклассникам при изучении школьного курса математики, предложен разбор типовых задач и задач для самостоятельного решения учащимися как с подсказками разных уровней, так и без подсказок.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** множества, рабочая тетрадь, методика, школьники, урок математики.

# METHODS OF TEACHING 5TH GRADE STUDENT'S ELEMENTS OF SET THEORY

**Cherkasova A. M.,**

*Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor, Associate Professor of the Department of Physics and Mathematics education*

FSBEI HE "Astrakhan State University named after. V.N. Tatishchev"

**Danilova N. A.,**

*Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor, Associate Professor of the Department of Physics and Mathematics education*

FSBEI HE "Astrakhan State University named after. V.N. Tatishchev"

**Gaisina A. R.,**

*Senior lecturer of the Department of Physics and Mathematics education*

FSBEI HE "Astrakhan State University named after. V.N. Tatishchev"

**Syachina E. I.,**

*Senior lecturer of the Department of Physics and Mathematics education*

FSBEI HE "Astrakhan State University named after. V.N. Tatishchev"

---

## ABSTRACT

The language of set theory is used in the formulation of most concepts of the school mathematics course. 5th grade students have some difficulties with studying the concept of sets and operations on them. When teaching 5th grade students the elements of set theory, the authors suggest using the workbook «Sets», which defines the basic concepts of set theory necessary for a fifth grader when studying a school course of mathematics, offers an analysis of typical tasks and tasks for students to solve independently, both with hints of different levels and without hints.

KEYWORDS: *sets, workbook, methodology, schoolchildren, math lesson.*

**В** математике понятие множества является одним из ключевых понятий. Понятие множества в математике является первичным, неопределяемым, таким же, как понятие точки и прямой в геометрии, — к более простым понятиям оно не сводится. Под множеством понимают совокупность объектов какого-либо рода, например, множество букв алфавита, множество игрушек, множество деревьев, множество людей, множество чисел. Объекты, составляющие множество, называются элементами множества.

Основным создателем теории множеств является немецкий математик Георг Кантор (1845-1918). Он разработал основы теории множеств и доказал много важных теорем, которые оказали большое влияние на развитие математики. В частности, Кантор доказал, что множество действительных чисел нельзя сопоставить с множеством натуральных чисел. Это привело к понятию бесконечности и к созданию новых математических объектов, таких как кардинальные числа и трансфинитные числа.

В XX веке теория множеств продолжила свое развитие. Ричард Дедекин (1831-1916) внес вклад в теорию множеств, предложив новый подход к определению вещественных чисел через сечения Дедекинда. Эрнст Цермело (1871-1953) и Абрахам Френкель (1891-1965) разработали аксиоматический подход к теории множеств, который стал основой современной теории множеств. Они предложили систему аксиом Цермело-Френкеля, которая стала стандартом для большинства математических исследований, связанных с множествами.

Сегодня теория множеств является важной дисциплиной современной математики, которая находит применение во многих областях, таких как теория вероятностей, математическая логика, математическая физика и др. Современная теория множеств использует различные методы и подходы, такие как множественные алгебры, топология, математическая логика и теория категорий, для решения сложных математических задач.

Понятия теории множеств и ее язык применяют при формулировке большинства понятий курса школьной математики.

Понятиями «множество чисел» и «множество геометрических фигур» пользовались до того, как возникла теория множеств. При этом геометрические фигуры трактовались как целостные объекты, а не как состоящие из точек. Для задания геометрической фигуры в математике применялись конечные наборы точек. Например, для того, чтобы задать отрезок, достаточно было задать две точки — границы отрезка, не обращая внимания на множество точек между ними. Теория множеств и теоретико-множественный подход к определению математических понятий позволили геометрические фигуры определять как множества некоторых объектов.

Очень часто в процессе изучения школьного курса математики у учащихся возникают некоторые проблемы, связанные с изучением понятия множества и операций над ними.

Согласно анализу школьных учебников [3-6] по математике за 5 класс можно сделать вывод, что в пятом классе школьники не изучают тему «Множества». Изучение темы «Множества» начинается только в 6 классе, хотя на интуитивном уровне этим понятием школьники пользуются и в начальной школе. Такой перерыв в овладении учащимися теоретико-множественными понятиями является неоправданным, отрицательно сказываясь на качестве знаний школьников.

Анализ литературы показывает, что на многие понятия теории множеств, которыми школьники пользуются при изучении новых тем, не обращается должного внимания. Например, перед изучением тем «Сравнение натуральных чисел», «Сложение и вычитание натуральных чисел» в 5 классе целесообразно познакомить учащихся с понятиями «множество», «числовое множество», «множество натуральных чисел».

При обучении учащихся 5 классов элементам теории множеств, на наш взгляд, целесообразно использовать рабочую тетрадь на тему «Множества», разработанную нами, которая благоприятствует более эффективному усвоению учащимися теоретических знаний и формированию практических навыков по данной теме, поскольку, по словам В. В. Давыдова [1], рабочая тетрадь является одним из средств управления мыслительной деятельностью.

Кроме того, что рабочая тетрадь является одним из средств управления мыслительной деятельностью учащихся, она имеет еще несколько функций. Рабочая тетрадь является:

- учебным пособием, способствующим самостоятельной работе ученика при изучении конкретной учебной дисциплины [2],
- средством обучения,
- средством преподавания и средством учения [7].

Использование рабочей тетради в учебном процессе улучшает качество образования, повышает эффективность учебного процесса на основе его индивидуализации [9].

Выделим преимущественные дидактические возможности рабочей тетради:

- оперативное предъявление учащимся заданий для выполнения упражнений, самостоятельных и контрольных работ;
- наличие необходимых сведений, рекомендаций и указаний для выполнения заданий, в некоторых случаях ответы на задачи;
- индивидуализация учебного процесса [8].

В рабочей тетради «Множества» определены основные понятия теории множеств, необходимые пятиклассникам при изучении школьного курса математики: множества, элементы множества, числовые множества, способы задания множества, отношения между множествами, операции над множествами. При изложении каждой темы дается теоретический материал по теме (блок «изучаем теорию»), разбор типовых задач и задач для самостоятельного решения учащимися с подсказками разных уровней (блок «выполняем задания»). Уровень подсказок определяется уровнем подготовки школьников. После задач с подсказками разных уровней приведены и задачи без подсказок для самостоятельного решения пятиклассниками, с целью закрепления усвоенных понятий и методов решения. Задания представлены таким образом, что при их последовательном выполнении доля самостоятельной работы учащихся увеличивается.

Рабочую тетрадь «Множества» можно применять на уроках математики при выполнении самостоятельной работы, при выполнении пятиклассниками домашнего задания.

В качестве примера рассмотрим тему 1 «Множества. Элементы множеств» и тему 6 «Вычитание множеств. Дополнение множества» из рабочей тетради «Множества».

## Тема 1. Множества. Элементы множества.

### Изучаем теорию.

Множествами называют различные совокупности объектов (натуральные числа, квадраты, буквы русского алфавита и др.). Множества обозначают прописными буквами латинского алфавита:  $A, B, C, \dots, Z$ . Множество, не содержащее ни одного объекта, называется пустым и обозначается символом  $\emptyset$ . Объекты, из которых образовано множество, называются элементами. Элементы множества обозначают строчными буквами латинского алфавита:  $a, b, c, \dots, z$ . Для обозначения принадлежности элемента  $a$  множеству  $A$  используют символ  $\in$  — « $a \in A$ ». Если элемент  $a$  не принадлежит множеству, то используют запись « $a \notin A$ ».

### Выполняем задания:

#### Задание 1.

Назовите три элемента множества:

- Учебных предметов, изучаемых в школе;
- Четных натуральных чисел;
- Натуральных чисел кратных пяти;
- Четырехугольников.

Продолжи перечислять элементы множеств:

Математика, география, \_\_\_\_\_;

2,4, \_\_\_\_\_

10,15 \_\_\_\_\_

Квадрат, трапеция, \_\_\_\_\_

Задание 2.

Запишите, используя символы:

Число 7 — натуральное;

Число 0 не является натуральным;

Число 2 — четное;

Число 3 — нечетное.

Продолжи выполнять по образцу.

$7 \in \mathbb{N}$ ;

$0 \notin \mathbb{N}$ ;

\_\_\_\_\_;

\_\_\_\_\_.

Задание 3.

Укажите верные высказывания

a)  $3 \notin \mathbb{N}$

d)  $0,5 \in \mathbb{N}$

b)  $10 \in \mathbb{N}$

e)  $0 \in \mathbb{N}$

c)  $5,36 \in \mathbb{Q}$

f)  $100 \in \mathbb{N}$

Решение:

a) \_\_\_\_\_

b) \_\_\_\_\_

c) \_\_\_\_\_

d) \_\_\_\_\_

e) \_\_\_\_\_

f) \_\_\_\_\_

Задание 4.

$K$  — множество натуральных чисел, больших 8 и меньше 15. Определите, какие из чисел 9,8,6,14,11 ему принадлежат, а какие не принадлежат. Ответ запишите, используя знаки  $\in$  и  $\notin$ .

Решение:

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Задание 5.

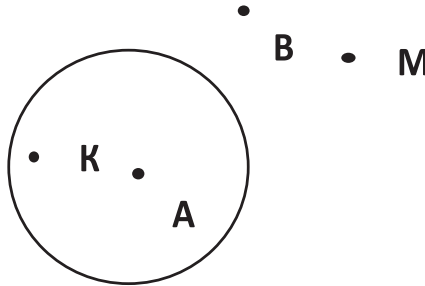
Даны числа 2; 0; 1,5; 16; 125; 7. Определите, какие из них натуральные. Ответ запишите, используя знаки принадлежности и не принадлежности.

Решение:

\_\_\_\_\_

Задание 6.

$C$  — множество точек окружности, изображенной на *рисунке 1*.



*Рис. 1*

Укажите верные высказывания

- a)  $A \in C$
- b)  $B \notin C$
- c)  $M \in C$
- d)  $K \notin C$

Решение:

- a) \_\_\_\_\_;
- b) \_\_\_\_\_;
- c) \_\_\_\_\_;
- d) \_\_\_\_\_.

Задание 7.

Пусть  $A$  — множество четных чисел. Запиши какие из чисел принадлежат, а какие не принадлежат данному множеству: 5,7,8,15,24,12.

Решение:

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

**Задание 8.**

Выпиши все элементы каждого множества:  $A$  — множество цветов светофора,  $C$  — множество цифр.

Решение:

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

**Тема 6. Вычитание множеств. Дополнение множества.**

**Изучаем теорию.**

*Определение:* разностью множеств  $A$  и  $B$  называется множество, содержащие все элементы, которые принадлежат множеству  $A$  и не принадлежат множеству  $B$ . Разность множеств  $A$  и  $B$  обозначают  $A \setminus B$ . Если представить множества  $A$  и  $B$  при помощи кругов Эйлера, то разность  $A \setminus B$  изображается заштрихованной областью на *рисунке 2*.

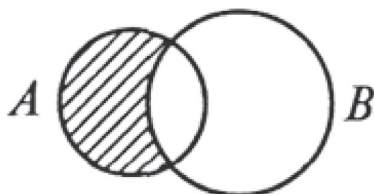


Рис. 2

*Определение:* Пусть  $B \subset A$ . Дополнением множества  $B$  до множества  $A$  называется множество, содержащее все элементы множества  $A$ , которые не принадлежат множеству  $B$ .

$$B \subset A, A \setminus B = B' \cap A$$

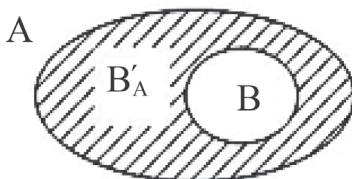


Рис. 3



Заштрихованная область на *рисунке 3* является дополнением множества  $B$  до множества  $A$  ( $B \setminus A$ ).

**Выполняем задания:**

Задание 1.

Если  $a \in A \setminus B$  следует ли из этого, что:

а)  $a \in A$ , б)  $a \in B$

Решение:

Рассуждай, основываясь на определении разности множеств  $A$  и  $B$ .

а) \_\_\_\_\_

б) \_\_\_\_\_

Задание 2.

Найдите разность множеств  $A$  и  $B$ , если

а)  $A = \{7,8,9,10\}$ ,  $B = \{7,3,9,1\}$

б)  $A = \{7,8,9,10\}$ ,  $B = \emptyset$

в)  $A = \{7,8,9,10\}$ ,  $B = \{7,8,9\}$

г)  $A = \{7,8,9,10\}$ ,  $B = \{10,8,9,7\}$

Решение:

Продолжи выполнять по образцу

а)  $A \setminus B = \{8,10\}$  \_\_\_\_\_

б) \_\_\_\_\_

в) \_\_\_\_\_

г) \_\_\_\_\_

Задание 3.

Постройте три круга, изображающие три попарно пересекающиеся множества  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и заштрихуйте области, представляющие множества:

а)  $A \cup B \setminus C$

б)  $A \setminus B \cap C$

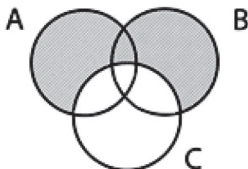
в)  $A \setminus C \cup B \setminus C$

г)  $A \setminus B \cup C$

д)  $A \setminus (B \cup C)$

Продолжайте выполнять по образцу:

а)



б)

в)

г)

д)

#### Задание 4.

Найдите разность множеств С и К, если множество С — это множество, состоящее из букв *у, е, н, к, м*, а множество К — это множество гласных букв.

Решение:

\_\_\_\_\_.

#### Задание 5.

Найдите разность множеств А и В, если А — множество чисел кратных 3, больших 1, но меньше 10, а В — множество чисел кратных 2, больших 1, но меньше 10.

Решение:

\_\_\_\_\_.

В эксперименте по выявлению уровня влияния использования авторской рабочей тетради «Множества» в учебном процессе на усвоение теоретических знаний и практических навыков учащихся 5 классов принимали участие 250 школьников, в течение 2021-2022 уч. г. В контрольной группе (120 человек) обучение элементам теории множеств проводилось без применения рабочей тетради «Множества», а в экспериментальной группе (130 человек) — с использованием рабочей тетради. Учащимися контрольной группы выполнялись те же самые задания, что и учащимися экспериментальной группы, только без применения рабочей тетради. Для оценки эффективности использования рабочей тетради по теме «Множества» были

выделены уровни распределения учащихся (высокий — отметка 5, средний — отметка 4, низкий — отметка 3-2.). Полученные результаты на начало эксперимента приведем в *таблице 1*.

*Таблица 1*

**Результаты на начало эксперимента**

Группа	Количество учащихся высокого уровня	Количество учащихся среднего уровня	Количество учащихся низкого уровня
Контрольная	28	50	42
Экспериментальная	30	56	44

Приведем результаты, полученные на конец эксперимента в *таблице 2*.

*Таблица 2*

**Результаты на конец эксперимента**

Группа	Количество учащихся высокого уровня	Количество учащихся среднего уровня	Количество учащихся низкого уровня
Контрольная	29	51	40
Экспериментальная	45	63	22

Из таблиц видно, что наблюдается тенденция к повышению уровня теоретических знаний и практических умений учащихся в экспериментальной группе по сравнению с контрольной группой.

Таким образом, применение рабочей тетради по теме «Множества» в 5 классах способствует повышению уровня усвоения теоретических знаний и практических навыков учащихся 5 классов по данной теме. Использование заданий с подсказками разных уровней способствует повышению доли самостоятельности учащихся 5 классов с каждым выполненным заданием. ■

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Давыдов В. В.* Оптимизация процесса обучения в высшей и средней школе: Учебное пособие / В. В. Давыдов. — Душанбе, 1970. — 340 с.
2. *Малышев Б. В., Воронцов А. А.* Рабочая тетрадь как дидактическое средство обучения. // Международный студенческий научный вестник. — 2016. — № 3 (часть 1). — С. 83-84.
3. Математика: 5 кл. / Н. Я. Виленкин, В. И. Жохов, А. С. Чесноков, С. И. Шварцбурд. — М.: Мнемозина, 2019.
4. Математика: 5 кл. / Г. В. Дорофеев, И. Ф. Шарыгин, С. Б. Суворова и др. — М.: Просвещение, 2019.
5. Математика: 5 кл. / С. М. Никольский, М. К. Потапов, Н. Н. Решетников, А. В. Шевкин. — М.: Просвещение, 2019.
6. Математика. Наглядная геометрия: 5 класс: пособие для учащихся общеобразоват. учреждений / Т. Г. Ходот, А. Ю. Ходот, В. Л. Велиховская. — 2-е изд., до-раб. — М.: Просвещение, 2019.
7. *Рябова К. А.* Рабочая тетрадь как средство повышения качества работы студентов: учебное пособие / авт.-сост.: К. А. Рябова. — Челябинск: ГБОУ СПО ЧПК. — № 2, 2017. — 162 с.
8. *Ханипова Е. Х.* Рабочая тетрадь как дидактическое средство обучения // Инновации в науке. — 2015. — № 10 (47). — С. 76-79.
9. *Щеткин Б. Н.* Рабочая тетрадь как одно из эффективных средств организации самостоятельной работы студентов // Международный журнал экспериментального образования. — 2015. — № 1. — С. 89-90.