

О МЕСТЕ МЕТОДА НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ В ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ПОДГОТОВКЕ УЧИТЕЛЯ

Деца Елена Ивановна,

профессор, доцент, доктор педагогических наук, кандидат физико-математических наук

Московский педагогический государственный университет

✉ Elena.Deza@gmail.com

Стешева Ольга Ивановна,

доцент,

Московский педагогический государственный университет

✉ steseva_oj@rambler.ru

АННОТАЦИЯ

В статье рассмотрено место и роль метода наименьших квадратов в профессиональной подготовке учителей математики, физики, химии биологии, экономики и др. Показано, что метод наименьших квадратов обладает свойством интегративности, возникая как при решении чисто математических проблем численного анализа, так и при построении адекватных математических моделей широкого спектра прикладных задач различной направленности. Обоснована методическая целесообразность использования единого интегративного подхода к изучению метода наименьших квадратов студентами педагогического вуза. Доказано, что указанный подход может способствовать формированию целостного мировоззрения будущего учителя.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: *профессиональная подготовка учителя, математика, физика, метод наименьших квадратов, интегративный подход.*

ON THE PLACE OF THE LEAST SQUARES METHOD IN PROFESSIONAL TRAINING OF TEACHERS

Deza E. I.,

*Full Professor, Associate professor (Dotsent), Doctor of Pedagogical Sciences, PdD in Mathematics (Candidat of Physical-Mathematical Sciences)
Moscow State Pedagogical University*

O. I. Steseva,

*Associate professor
Moscow State Pedagogical University*

ABSTRACT

The article considers the place and role of the least squares method in the professional training of teachers of mathematics, physics, chemistry of biology, economics, etc. It has been shown that the least squares method has the property of integrativity, arising both in solving purely mathematical problems of numerical analysis, and in constructing adequate mathematical models of a wide range of applied problems of various orientations. The methodological feasibility of using a single integrative approach to the study of the least squares method by students of a pedagogical university is justified. It has been proved that this approach can contribute to the formation of a holistic worldview of the future teacher.

KEYWORDS: *professional training of teachers, Mathematics, Physics, Least Squares Method, integrative approach.*

Суть метода наименьших квадратов. Метод наименьших квадратов (МНК) — классический метод численного анализа, используемый для решения широкого спектра теоретических и прикладных проблем. Суть МНК такова. Рассмотрим функцию $f(x)$, заданную своими значениями $f(x_1), \dots, f(x_n)$ на сетке x_1, \dots, x_n значений аргумента. Найдем относительно простую функцию $g(x)$ (как правило, многочлен степени не выше $n - 1$), значения которой $g(x_1), \dots, g(x_n)$ на сетке x_1, \dots, x_n будут максимально приближены к значениям $f(x_1), \dots, f(x_n)$. Другими словами, решим задачу минимизации евклидова расстоя-

яния $(\sum_{k=1}^n (f(x_k) - g(x_k))^2)^{0,5}$ между векторами $f = (f(x_1), \dots, f(x_n))$ и $g = (g(x_1), \dots, g(x_n))$ в арифметическом пространстве R^n . Поскольку в качестве «меры близости» используется сумма квадратов разностей компонент векторов f и g , нужный результат будет получен в случае минимизации всех квадратов. Это соображение и дало название методу.

Первое применение МНК К. Ф. Гауссом относят к 1795 г. В 1805 г. А. М. Лежандр независимо открыл МНК, опубликовав его под этим названием. П.-С. Лаплас и Р. Эдрейн связали метод с теорией вероятностей (1808 г.). Позднее МНК был усовершенствован в работах И. Ф. Энке, Ф. В. Бесселя и др.

Являясь частным случаем задачи нахождения элемента наилучшего приближения в пространстве со скалярным произведением, МНК имеет фундаментальную теоретическую основу, подробно излагаемую в курсе «Численные методы» [1]. С другой стороны, МНК обладает широким спектром различных практических приложений. Рассмотрим некоторые из них.

Применения метода наименьших квадратов в математике

Если речь идет о математике, наиболее естественным практическим применением МНК является обобщенное решение систем линейных уравнений [1], то есть нахождение вектора «квазирешения» реализующего в указанном выше смысле максимальную близость левой (вектор линейных комбинаций переменных) и правой (вектор свободных членов) частей системы.

В случае переопределенной системы уравнений (количество уравнений превышает количество неизвестных) МНК обеспечивает эффективный поиск обобщенного решения. Если система уравнений имеет решение, то наименьшее значение суммы квадратов будет равно нулю, и мы получаем алгоритм нахождения точного решения системы аналитически или с помощью численных методов оптимизации. Таким образом, МНК предоставляет нам рабочий инструмент решения классических и обобщенных задач линейной алгебры, явля-

ящейся составной частью дисциплины «Высшая математика», обязательной для будущих учителей физики, химии, биологии и др.

Применения метода наименьших квадратов в других предметных областях

Большинство студентов педагогического вуза имеют возможность познакомиться с МНК при освоении дисциплин, непосредственно связанных с избранной ими предметной областью. Это могут быть физика, химия, биология, экономика, социология, психология и т. д. Подход к построению соответствующей математической модели достаточно стандартен. Пусть в заданной предметной области исследуются показатели X и Y , которые имеют количественное выражение, и есть основания полагать, что показатель Y зависит от показателя X . В ходе проведения n наблюдений мы получаем данные (x_1, \dots, x_n) и (y_1, \dots, y_n) . Как правило, они оформляются в виде таблицы или в виде n точек (x_k, y_k) , $k = 1, 2, \dots, n$, на координатной плоскости. Требуется найти функцию, график которой проходит как можно ближе к указанным точкам (x_k, y_k) , $k = 1, 2, \dots, n$ (так называемую *аппроксимирующую* функцию). Эта функция, с одной стороны, должна быть достаточно проста. С другой стороны, она должна адекватно выражать зависимость величины Y от величины X , что позволит с высокой точностью прогнозировать планируемые результаты. Очень часто ограничиваются поиском оптимальной с точки зрения поставленной проблемы линейной функции $Y = AX + B$. В этом случае МНК состоит в нахождении коэффициентов A и B указанной зависимости.

Примеры применения метода наименьших квадратов в физике

Наиболее естественно привести соответствующие примеры из физики. Как правило, физические эксперименты сводятся к измерению зависимости некоторой величины Y от одной или нескольких других величин X_1, X_2, \dots, X_n .

Потребность в получении именно зависимости (а не проведения лишь «точечных» измерений) обусловлена необходимостью обеспе-

чения возможности проверки теоретических построений, исключения несущественных с точки зрения исследуемой модели параметров, упрощения оценок погрешностей. К экспериментальным задачам такого рода относятся поиск зависимости периода колебаний маятника от его амплитуды, нахождение параметров закона остывания воды, зависимости силы сопротивления воздуха, действующей на падающий объект, от скорости последнего, и др. [2].

Применения метода наименьших квадратов в статистике

Очень важно сказать несколько слов о статистике, где МНК является одним из базовых методов регрессионного анализа. Для студентов педагогического вуза речь идет прежде всего о курсах «Теория вероятностей и математическая статистика» и «Статистические методы в педагогических исследованиях», где МНК существенно используется при построении прямых регрессии. Качественное усвоение студентами предлагаемого материала важно в данном случае и с точки зрения оптимизации исследовательской работы, в частности — подготовки выпускных квалификационных работ (ВКР) бакалавра и магистра. Грамотный статистический анализ результатов проведенного в ходе работы над ВКР эксперимента существенно влияет на уровень исследования и его оценку.

Интегративный подход к изучению МНК будущими учителями

Таким образом, можно утверждать, что МНК обладает свойством интегративности, возникая как в рамках чисто математических проблем, так и при решении широкого спектра прикладных задач различной направленности. Однако, как показывает практика, далеко не во всех «прикладных» источниках изложение метода приемлемо с точки зрения строгости математических обоснований. В этой связи методически целесообразным является использование единого интегративного подхода к изучению МНК, основанного на сохранении фундаментальности изложения теоретических основ при демонстрации широкого спектра практических возможностей.

Так, хотя МНК существенно используется при построении прямых регрессии, в пособиях по статистике приведены (без необходимых доказательств) лишь формулы для расчета соответствующих коэффициентов. Отсылка к уже изученной в курсе «Численные методы» теории позволит в этом случае быстро и эффективно обосновать используемый при решении прикладных задач метод, одновременно расширяя возможности его практического использования. С другой стороны, при изучении статистических методов мы существенно используем для решения практических задач компьютерные средства обработки данных, в частности, возможности языка программирования *R*. Строя графики регрессионных кривых, пользуясь командами языка *R*, мы предлагаем студентам новый инструментарий для закрепления полученных в курсе «Численные методы» теоретических знаний. Такой подход позволяет сформировать у обучающихся целостный взгляд на проблематику и облегчает освоение материала: решая конкретную прикладную задачу (статистическую, физическую, экономическую, психологическую и т. д.), студент знакомится лишь с еще одним практическим аспектом хорошо известного ему теоретического метода обработки информации. ■

ЛИТЕРАТУРА

1. Деца Е. И., Шахов Ю. Н. Численные методы. М.: URSS, 2010. 248 с.
2. Слободянюк А. И. Метод наименьших квадратов в школьном физическом эксперименте // Фізика: проблеми викладання. 1995. № 1. С. 88-99.

REFERENCES

1. Deza E.I., Shakhov Y.N. Chislennyye methodu. M.: URSS, 2010. 248 s.
2. Slobodyanuk A.I. Metod naimenshih kvadratov v shkolnom fizicheskoy eksperimente // Fizika: prablemu vykladannya. 1995. № 1. S. 88-99.