

## МЕТОДИКА ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ЦИКЛОВ ЗАДАЧ КАК ИНДИВИДУАЛИЗИРОВАННОГО СРЕДСТВА ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ ШКОЛЬНИКОВ

The methodology for using cycles of matter as individualized learning tools students mathematic

**Малеева Анастасия Андреевна**, аспирант ГОУ ВПО «Ивановский государственный университет», Шуйский филиал, учитель математики МОУ «Основная общеобразовательная школа №10», г. Шуя.



maleeva9a1a@yandex.ru

*В статье представлена методика использования циклов задач для формирования обобщенного приема решения математических задач у школьников. Рассмотрен технологический подход к организации индивидуализированного обучения во время самостоятельной работы на уроке математики.*

*The article presents the methodology for using cycles of matter for the formation of a extend stratagem to attack matter in schoolchildren. Technological approach to individualized learning during independent work in at the lesson.*

**Ключевые слова:** методика обучения математики, обобщенный прием решения задач, циклы задач, индивидуализация.

**Keywords:** methodology for learning mathematic, stratagem to attack matter, cycles of matter, individualized.

Роль задач очень велика как в повседневной жизни, так и на уроках математики. В процессе поиска решения задачи формируются универсальные учебные действия, а также большую часть теоретического материала учащиеся усваивают с помощью решения задач. Анализ методической литературы показал, что многие авторы обращаются к проблеме обучения учащихся решению задач [2,4,5,8,9,10]. Вместе с тем, опыт работы показывает, что в школе большая часть методических рекомендаций и разработок сводятся к решению различных вариантов типовых задач. К этому же сводится и основная деятельность учащихся. Современные школьники не имеют интереса к поиску решения задачи. Все их действия носят репродуктивный характер. В связи с этим, любая «новая» задача пугает и ставит в тупик даже хорошо подготовленного ученика, не смотря на хорошее знание теоретического материала, огромное количество решенных задач с похожим сюжетом или с похожей идеей решения. Поэтому проблема формирования общего приема решения математических задач остается актуальной.

Известные методисты по-разному трактуют понятие обобщенного приема решения математических задач. Анализ различных подходов позволил установить, что обобщенный прием решения математической задачи – это такой прием, при котором, решив одну задачу, обобщают ее на другой более общий, но все же частный случай, используя в решении результат предыдущей задачи [4,6,8,10].

В процессе решения любой математической задачи выделяют 4 этапа [4,6]: 1) анализ текста; 2) поиск плана решения задачи или формулировка уже известного решения задачи; 3) осуществление плана (в том числе и запись ответа); 4) итоговый анализ.

Рассмотрим методику формирования обобщенного приема решения математической задачи на примере темы «Признаки равенства треугольников».

*Задача 1. На рисунке 53,  $\angle 1 = \angle 2$ ,  $\angle 3 = \angle 4$ . а) Докажите, что  $\triangle ABC = \triangle CDA$ . [1, С. 40, №121 (а)].*

Задача 1 является типовой, направленной на закрепление применения второго признака равенства треугольников.

Если соблюдать выполнение всех этапов решения задачи, то, в первую очередь, потребуется провести всесторонний анализ этой задачи: 1) Объектом этой задачи являются два треугольника:  $\triangle ABC$  и  $\triangle CDA$ ; 2) Условие:  $\angle 1 = \angle 2$ ,  $\angle 3 = \angle 4$ . 3) Требование: доказать, что  $\triangle ABC = \triangle CDA$ .

Проанализировав задачу, мы можем перейти ко второму этапу – поиску плана решения.

Для доказательства равенства треугольников требуется вспомнить один из трех признаков равенства треугольников. Данные задачи подсказывают (две пары равных углов, прилежащих к одной стороне), что это должен быть второй признак равенства треугольников.

Получается, что для доказательства равенства треугольников, требуется найти: 1) соответственно равные стороны, 2) первую пару соответственно равных углов, прилежащих к этим сторонам, 3) вторую пару соответственно равных углов, прилежащих к этим сторонам.

Итак, определив план доказательства, можем приступить к третьему этапу решения задачи – оформлению записи доказательства.

Рассмотрим  $\triangle ABC$  и  $\triangle CDA$ : 1) сторона  $AC$  - общая; 2)  $\angle 1 = \angle 2$  (по условию задачи); 3)  $\angle 3 = \angle 4$  (по условию задачи). Следовательно, по второму признаку равенства треугольников  $\triangle ABC = \triangle CDA$ .

Переходим к заключительному этапу – итоговому анализу, то есть проверяем логичность и завершенность всех пунктов построенного плана, убеждаемся, что все этапы плана пройдены, все условия выполнены, делаем вывод:  $\triangle ABC = \triangle CDA$ .

*Задача 2. На биссектрисе угла  $A$  взята точка  $D$ , а на сторонах этого угла — точки  $B$  и  $C$  такие, что  $\angle ADB = \angle ADC$ . Докажите, что  $BD = CD$  [1, С. 40, №123].*

Эта задача отличается от предыдущей тем, что рисунок требуется построить самостоятельно. Проведем анализ задачи 2.

Объект задачи:  $\angle A$  и биссектриса  $AD$ . Условия задачи:  $\angle A$  и биссектриса  $AD$ ,  $BE$  стороне  $\angle A$ ,  $DE$  стороне  $\angle A$ ,  $\angle ADB = \angle ADC$ , (так как  $AD$  биссектриса отмечаем равные углы  $\angle BAD$  и  $\angle DAC$ ). Требования: доказать, что  $BD = CD$ .

Прежде чем приступить ко второму этапу решения вспомним, нет ли уже решенной задачи, родственной данной. Анализ позволяет устано-

вить, что предыдущая задача была с таким же набором данных (общая сторона и две пары прилежащих к ней соответственно равных углов). То есть теперь объектом задачи становятся  $\triangle ADB$  и  $\triangle ADC$ .

Переходим к составлению плана доказательства: 1) по аналогии с первой задачей доказываем равенство треугольников  $\triangle ADB$  и  $\triangle ADC$  (по второму признаку), 2) На основе определения равенства треугольников делаем вывод о равенстве отрезков  $BD$  и  $CD$ .

Далее оформляем и анализируем полученное решение.

*Задача 3. На рисунке 74  $\angle DAB = \angle CBA$ ,  $\angle CAB = \angle DBA$ ,  $AC = 13$  см. Найдите  $BD$ .* [1, С. 40, №126]

Задача 3 является задачей на поиск неизвестного элемента.

Проведя анализ задачи 3, находим общее с условиями предыдущих задач, поэтому используем первые два пункта плана доказательства второй задачи. Из равенства треугольников  $DAB$  и  $CBA$  делаем вывод о равенстве сторон  $AC$  и  $BD$ . Добавляем третий пункт: с помощью определения равных отрезков находим длину искомой стороны ( $BD=AC=13$  см).

Нет никакого сомнения, что решение систем родственных задач помогают сформировать обобщенный прием решения математических задач. Многие методисты (Г. И. Саранцев, Д. Пойа, Е. С. Канин) считают, что важна не только способность решить отдельную задачу, важно увидеть, как конкретная задача связана с другими.

Даже несмотря на то, что многие задачи имеют одинаковую структуру, сюжет или способ решения у учащихся все равно возникают трудности в поиске решения задачи. Наш опыт показывает, что, чаще всего, у школьников возникает затруднение уже на первом этапе процесса решения задачи. Ученики не всегда понимают условие задачи, или что требуется найти в этой задаче. Но положение исправляется, когда учитель переформулирует условие или вопрос задачи. В тоже время современная система образования требует организации самостоятельной деятельности школьника с надлежащим усвоением материала.

Отсюда можем сделать вывод, что при подборке заданий и задач для закрепления какого-либо навыка и усвоения определенного теоретического материала учитель должен руководствоваться принципом индивидуализации обучение должно быть направленно на конкретного ученика [2,3,7,10]. Осуществляя индивидуализированное обучение, нельзя обойтись без специальным образом организованной индивидуализированной системы задач. Связанные между собой виды задач сливаются в цикл родственных задач. Из этого цикла всегда можно выбрать совокупность задач, которая будет индивидуальна для каждой когнитивной группы учащихся и преследовать одну и ту же дидактическую цель.

Приведем пример такой системы. Ее подсистемы разделены по двум критериям: 1. Уровень подготовленности учащегося (I - задания для учащегося с низким уровнем подготовленности; II – для учащихся со средним уровнем; III – для учащихся продвинутого уровня). 2. Ведущий канал восприятия (А – аудиальный; В – визуальный). Таким образом, у нас полу-

чилось шесть подсистем, которые направлены на достижение одной дидактической цели. (В нашем примере, на закрепление первого, второго и третьего признаков равенства треугольников). В каждой подсистеме может быть неограниченное число задач. Задания лучше оформлять в виде карточек, для индивидуальной работы на уроке.

В каждой карточке целесообразно разместить два задания, ученикам можно постепенно повышать сложность. Карточки имеют следующую структуру:

I уровень:

1 задание: Сформулировать и воспроизвести какое-либо математическое понятие, определение, правило, теорему, признак и т.д.

2 задание: Одношаговая задача на «распознавание» данного теоретического понятия.

Пример карточек первого уровня, для учащихся с аудиальным и визуальным каналом восприятия, представлен на рисунках 1 и 2 соответственно:

А I

1. Сформулируйте 1-й признак равенства треугольников.

2. В  $\Delta ABC$ :  $AB=7$  см,  $BC=13$  см,  $\angle B = 37^\circ$ . В  $\Delta A_1B_1C_1$ :  $A_1B_1=7$  см,  $B_1C_1=13$  см,  $\angle B_1=37^\circ$ . Докажите, что  $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$

Рис. 1

В I

1. По рис. 1 выпишите соответственно равные элементы. Сформулируйте второй признак равенства треугольников.

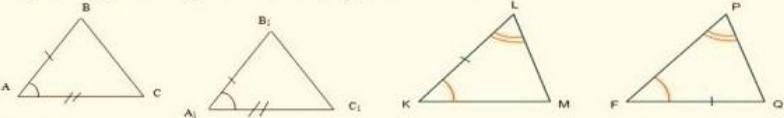


Рис. 2

Рис. 3

2. Можно ли по рис. 2 утверждать, что  $\Delta FPQ = \Delta KLM$ ?

Рис. 2

Карточки уровня II отличаются сложностью задач:

1 задание: не только сформулировать, но и доказать или вывести правило, теорему, признак и т.д., если ранее это сделал учитель. Или распознать каким правилом, теоремой, формулой и т.д. нужно воспользоваться.

2 задание: задача, в которой могут понадобиться ранее изученные объекты.

Чем отличаются задачи для «аудиалов» и «визуалов» показывают рисунки 3 и 4 соответственно:

АП

1. Вставьте пропущенные символы так, чтобы можно было записать равенство  $\triangle ABC$  и  $\triangle A_1B_1C_1$  по первому признаку.  $AB=7$  см,  $\underline{\quad}=13$  см,  $\angle \underline{\quad}=37^\circ$ . В  $\triangle A_1B_1C_1$ :  $A_1B_1=\underline{\quad}$ ,  $B_1C_1=13$  см,  $\angle \underline{\quad}=\underline{\quad}^\circ$ .

2. Треугольники  $ABC$  и  $PQR$  равны;  $B_1$  – середина стороны  $AC$ ;  $Q_1$  – середина стороны  $PR$ . Докажите, что  $BB_1=QQ_1$

Точка  $O$  является серединой отрезка  $AC$ ,  $\angle BAO=\angle DCO$ . Докажите, что  $\triangle ABO = \triangle CDO$ .

Рис. 3

ВП

1. Отметьте на рис. 1 соответственно равные элементы треугольников так, чтобы можно было записать равенство этих треугольников по второму признаку.

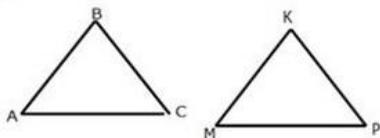


Рис. 1

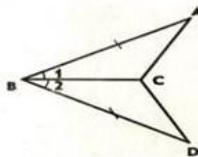


Рис. 2

2.  $AC$  – биссектриса  $\angle BAD$  (рис. 2),  $AB=AD$ . Докажите, что  $\triangle ABC = \triangle ADC$ .

Рис. 4

Для карточек III уровня характерны следующие задания:

1. Вывести или доказать утверждение, правило, теорему, формулу, которые не выводились или доказывались в классе ранее. Или полноценная задача на анализ – синтез.

2. Задача, которая требует несколько логических шагов или какие-либо дополнительные данные.

Пример таких карточек на рисунках 5 и 6:

АПП

1. Сформулируйте 1-й признак равенства треугольников. Какие аксиомы используются при доказательстве этого признака?

2. В треугольнике  $ABC$  отрезок  $BD$  соединяет вершину  $B$  с точкой  $D$ , принадлежащей стороне  $AC$ , и является биссектрисой угла  $ABC$ . Докажите, что если  $AB=CB$ , то  $BD$  перпендикулярно  $AC$ .

Рис. 5

VIII

1. На рис. 1:  $AB=CB$ ,  $AD=CD$ . Докажите, что  $\angle BAD = \angle BCD$ .

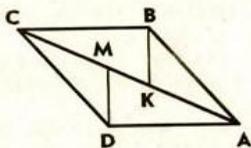


Рис. 1

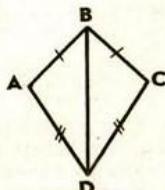


Рис. 2

2. На рис. 2:  $AB = DC$ ,  $BK = DM$ ,  $AM = CK$ . Докажите, что  $\triangle ADM = \triangle CBK$ .

Рис. 6

В данной работе было показано, что использование цикла задач способствует формированию обобщенного приема решения математических задач. Кроме того, циклы задач можно индивидуализировать для конкретных учащихся. В заключении можно сказать, что реализация принципа индивидуализации в процессе обучения представляет собой трудоемкий и кропотливый процесс. Однако такой труд будет вознагражден эффективной работой учеников и достаточно прочными знаниями.



### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Геометрия 7-9 классы : учеб. для общеобразоват. организаций / [Л.С. Атанасян, В.Ф. Бугузов, С.Б. Кадомцев, и др.]. – 2 е изд. - М.: Просвещение. 2014. - 383 с.
2. Бурлакова, Т.В. Индивидуализация как средство обучения математике : учебное пособие / Т.В. Бурлакова. – Шуя: Издательство Шуйского филиала ИвГУ.-2014. – 114 с.
3. Бурлакова, Т.В. Опыт применения индивидуализированных технологий на уроках математики /Т.В. Бурлакова// Научный поиск. № 3.6. – С. 26-28
4. Колягин Ю.М., Луканкин Г.Л., и др. Методика преподавания математики в средней школе. Общая методика:Учеб. пособие.Чебоксары: Изд-во Чуваш. Ун-та, 2009. —732 с.
5. Кукушин, В.С. Теория и методика обучения /В.С Кукушин.- Ростов н/Д.: Феникс, 2005.–474 с.
6. Пойа, Д. Как решать задачу пер. с англ. / Д. Пойа. - М.: Учпедгиз, 1959. - 216 с.
7. Червова А.А., Киреева Ю.Г. Математическое мышление как основа фундаментализации профессиональной подготовки специалиста / Ю.Г. Киреева, А.А. Червова // Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И.Я. Яковлева. 2013. № 4. С. 104.

8. Червова А.А., Киселев Г.М. Информационные и информационно-деятельностные модели обучения / Г.М. Киселев, А.А. Червова // Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И.Я. Яковлева. 2014. № 1 (81). С. 105-110.
9. Червова А.А., Альтшулер Ю.Б. Экспериментальное исследование развития и структуры интеллекта в процессе обучения физике в средней школе / А.А. Червова, Ю.Б. Альтшулер // Наука и школа. 2007. № 6. С. 41-46.
10. Червова А.А. Подготовка студентов к профессионально-педагогической деятельности средствами технологий взаимодействия: монография / А. А. Червова, Н. С. Татарникова, Е. А. Костылева; Федеральное агентство по образованию, Волжский гос. инженерно-пед. ун-т. Нижний Новгород, 2006.